JPB REVIEW
INTERNATIONAL JOURNAL OF PROFESSIONAL BUSINESS REVIEW
ISSN: 2525-3654
OPEN ACCESS

UM PRODUTO EDUCACIONAL A PARTIR DO PROBLEMA DA BRAQUISTÓCRONA

Luis Gustavo Belarmino de Sousa[A], Luiz Paulo Fernandes Lima[B]

ARTICLE INFO

Article history:

Received: February, 13th 2024

Accepted: May, 03rd 2024

Palavras-chave:

Braquistócrona;
Design Thinking;
Ensino de Física;
Produto Educacional.

PREREGISTERED
OPEN DATA
OPEN MATERIALS

RESUMO

Objetivo: O desenvolvimento deste trabalho objetiva construir um produto educacional experimental para obter respostas aos questionamentos realizados sobre qual trajetória é a mais rápida entre dois pontos desnivelados.

Referencial Teórico: O problema da braquistócrona consiste em uma trajetória em que uma partícula, sujeita a um campo gravitacional constante, sem atrito e com velocidade inicial nula, se desloca entre dois pontos no menor intervalo de tempo. A tautócrona é a curva na qual o tempo gasto por um objeto para deslizar sem fricção em gravidade uniforme até seu ponto de mínimo é independente de seu ponto de partida.

Método: A metodologia utilizada para construção do produto educacional se baseou no Design Thinking (DT) dividida em etapas definidas como imersão, interpretação, ideação, prototipagem e desenvolvimento.

Resultados e Discussão: Através da experimentação com uso do produto educacional, pode-se constatar que o tempo para percorrer a ciclóide, mesmo com maior distância percorrida, é menor do que o tempo para percorrer uma superfície reta, mostrando que a menor distância entre dois pontos não é o percurso realizado em menor tempo.

Implicações da Pesquisa: Por se tratar de uma construção manual de um produto edicacional, necessariamente ocorrem discussões em grupo, buscando soluções para a construção e para a comprovação da teoria, sendo uma ferramenta que auxilia na formação de novos conceitos e que pode aumentar a participação nas discussões nas aulas de Física.

Originalidade/Valor: Este estudo contribui para o ensino experimental de Física como excelente ferramenta, por se tratar de um experimento simples e que incentiva o aluno a questionar e analisar a situação física como um todo.

Doi: https://doi.org/10.26668/businessreview/2024.v9i5.4436

AN EDUCATIONAL PRODUCT BASED ON THE BRACHISTOCHRONE PROBLEM

ABSTRACT

Objective: The development of this work aims to construct an experimental educational product to obtain answers to inquiries about the fastest trajectory between two uneven points.

Theoretical Framework: The Brachistochrone problem involves a trajectory in which a particle, subject to a constant gravitational field, without friction, and with zero initial velocity, moves between two points in the shortest time interval. The tautochrone is the curve in which the time spent by an object to slide frictionlessly in uniform gravity to its lowest point is independent of its starting point.

Method: The methodology used to construct the educational product was based on Design Thinking (DT), divided into stages defined as immersion, interpretation, ideation, prototyping, and development.

[A] *Especialista em Matemática e Física, Faculdade Venda Nova do Imigrante (FAVENI). Instituto Federal de Ciências e Tecnologia (IFCE), Campus Cedro. Ceará, Brasil. E-mail: sousagustavo741@gmail.com*
Orcid: https://orcid.org/0009-0005-8414-7601

[B] *Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática. Programa de Pós-Graduação em Ensino Rede Nordeste de Ensino (PPGRENOEN), Universidade Federal do Ceará (UFC). Fortaleza, Ceará, Brasil.*
E-mail: luiz.lima@ifce.edu.br Orcid: https://orcid.org/0000-0002-5250-7669

Results and Discussion: Through experimentation with the use of the educational product, it was observed that the time to traverse the cycloid, even with a greater distance covered, is less than the time to traverse a straight path, showing that the shortest distance between two points is not the path taken in the least time.
Research Implications: As it involves the manual construction of an educational product, group discussions necessarily occur, seeking solutions for construction and theory verification. It serves as a tool that aids in forming new concepts and can enhance participation in Physics class discussions.
Originality/Value: This study contributes to the experimental teaching of Physics as an excellent tool, being a simple experiment that encourages students to question and analyze the physical situation as a whole.

Keywords: Brachistochrone, Design Thinking, Physics Education, Educational Product.

UN PRODUCTO EDUCATIVO BASADO EN EL PROBLEMA DE LA BRAQUISTÓCRONA

RESUMEN
Objetivo: El desarrollo de este trabajo tiene como objetivo construir un producto educativo experimental para obtener respuestas a las preguntas sobre la trayectoria más rápida entre dos puntos desiguales.
Marco Teórico: El problema de la braquistócrona implica una trayectoria en la que una partícula, sujeta a un campo gravitatorio constante, sin fricción y con velocidad inicial cero, se desplaza entre dos puntos en el intervalo de tiempo más corto. La tautócrona es la curva en la que el tiempo que tarda un objeto en deslizarse sin fricción en gravedad uniforme hasta su punto más bajo es independiente de su punto de partida.
Método: La metodología utilizada para construir el producto educativo se basó en el Pensamiento de Diseño (DT), dividido en etapas definidas como inmersión, interpretación, ideación, prototipado y desarrollo.
Resultados y Discusión: A través de la experimentación con el uso del producto educativo, se observó que el tiempo para recorrer la cicloide, incluso con una mayor distancia cubierta, es menor que el tiempo para recorrer una trayectoria recta, mostrando que la distancia más corta entre dos puntos no es el recorrido realizado en menos tiempo.
Implicaciones de la Investigación: Al tratarse de la construcción manual de un producto educativo, se producen necesariamente discusiones en grupo, buscando soluciones para la construcción y la verificación de la teoría. Sirve como una herramienta que ayuda a formar nuevos conceptos y puede aumentar la participación en las discusiones de la clase de Física.
Originalidad/Valor: Este estudio contribuye a la enseñanza experimental de la Física como una herramienta excelente, siendo un experimento simple que anima a los estudiantes a cuestionar y analizar la situación física en su totalidad.

Palabras clave: Braquistócrona, Pensamiento de Diseño, Educación en Física, Producto Educativo.

1 INTRODUÇÃO

Questionando-se sobre qual trajetória é a mais rápida entre dois pontos desnivelados, possivelmente, levanta-se a hipótese de uma reta, ao imaginar, intuitivamente, que o caminho mais curto é sempre, também, o mais rápido (Tagliolatto, 2015). Da mesma forma, questiona-se o que ocorre ao soltar duas esferas em pontos diferentes de uma pista simétrica, a resposta mais comum que se espera é que a esfera que percorrerá o menor percurso chegará mais rápido no final da pista. Surpreende-se ao explicar que, no primeiro caso, existe um caminho maior que, contudo, torna o tempo de percurso menor e, no segundo caso, esse mesmo caminho proporcionará um tempo de trajeto análogo, independentemente da distância percorrida.

Discussões como essas são de extrema importância para a compreensão de fenômenos naturais, pois, de acordo com Costa e Barros (2015), o ensino de ciências físicas e naturais é influenciado pela dependência excessiva do livro didático, currículo desatualizado, formação insuficiente pela indisponibilidade de recursos tecnológicos e desvalorização da carreira docente, criando obstáculos no ensino de Física.

Para encontrar novos caminhos que permitissem construir aprendizagem, Morais e Junior (2015, p. 63) afirmam que os processos experimentais são como agentes facilitadores para desenvolver as competências e habilidades dos alunos, aproximando, assim, a realidade com o conhecimento científico. Com isso, as aulas com enfoque experimental devem ser utilizadas com o intuito de dinamizar as práticas didáticas e motivar os estudantes ao conteúdo a serem abordado.

A experimentação na Física é uma excelente ferramenta para facilitar a visualização dos fenômenos, o que é importante e eficiente, pois chama a atenção dos alunos e mostra que a Física é muito mais do que cálculos matemáticos e aulas tradicionais. Santos (2020, p. 6) ressalta que a experimentação é uma excelente possibilidade para agregar no desenvolvimento da curiosidade, do hábito de questionar e para evitar que as ciências sejam interpretadas de forma imutável e inquestionável, tornando indispensável para o desenvolvimento de habilidades, transformando-se em uma ferramenta para a construção do conhecimento.

Santos, Piassi e Ferreira (2004) relatam que a construção de “brinquedos” e equipamentos experimentais proporciona vivências artísticas, contribuindo para o desenvolvimento motor e do raciocínio lógico, além de promover a necessidade de desenvolver habilidades, atitudes e capacidades cognitivas que antes não estavam presentes. Dessa forma, contribui no processo de desenvolvimento da aprendizagem e estimula questionamentos a respeito do desenvolvimento das ciências.

Nessa perspectiva, esse trabalho justifica-se por tornar o ensino de Física mais participativo e centralizado na aprendizagem do aluno, através da demonstração do experimento que mostra que a menor distância entre dois pontos é uma reta, mas que não necessariamente é o trajeto mais rápido

A escolha do tema em questão ocorreu através da disciplina de Mecânica Básica I, sobre a necessidade de compreender o conceito de conservação de energia, que para Barbosa (2006), é um dos conceitos mais difíceis de ser compreendido pelos alunos, devido a diversas justificativas, entre elas, as diferentes abordagens de outras disciplinas e linguagem cotidiana utilizando termos e significados que contradizem com o termo científico de energia. Às afirmações como “gastar energia", ou “repor as energias” estão ligados diretamente à convicção de realização de alguma atividade física ou ao consumo de bebidas e alimentos.

Hewitt (2015, p. 114) afirma que entre os conceitos da ciência, o mais central é o de conservação de energia, já que a combinação de energia com a matéria constitui o universo. A energia está presente em todos os lugares, pessoas, automóveis, brinquedos entre outros, mas só pode ser notada através de sua transferência ou transformação. A energia chega na terra através de ondas eletromagnéticas vindas do sol, podendo ser "sentida" através da energia térmica.

2 OBJETIVOS

Para encontrar novos caminhos que permitam construir aprendizagem, o desenvolvimento deste trabalho objetiva construir um produto educacional experimental para obter respostas aos questionamentos realizados sobre qual trajetória é a mais rápida entre dois pontos desnivelados.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE A BRAQUISTÓCRONA

Caetano (2008), descreve a braquistócrona como uma trajetória de uma partícula que, sujeita a um campo gravitacional constante, sem atrito e com velocidade inicial nula, se desloca entre dois pontos no menor intervalo de tempo. Já a tautócrona é a curva na qual o tempo gasto por um objeto para deslizar sem fricção em gravidade uniforme até seu ponto de mínimo é independente de seu ponto de partida. E por último a ciclóide, ou locus (lugar geométrico), é descrito como um ponto na borda de um disco rolando ao longo de uma linha reta.

Sousa Júnior (2010) detalha que, o problema de determinar a curva que define a trajetória de menor tempo possível para uma partícula sujeita unicamente à ação da força gravitacional, foi proposto, inicialmente por Johann Bernoulli (1667-1748), em 1696. Bernoulli publicou no jornal científico, *Acta Eruditorium*, uma nota com o seguinte título: "Um novo problema que convido os matemáticos a resolver". Johann Bernoulli, em 1697, apresentou um método que dependia do caminho que um raio luz percorria com índice de refração. No mesmo ano seu irmão Jakob Bernoulli (1654-1705) resolveu o problema de outra maneira, que lhe permitiu também resolver, em 1701 (Sousa Júnior, 2010).

Como o método criado por Jakob era de grande eficiência para a resolução de problemas de máximos e mínimos, Leonhard Euler (1707-1783), aluno de Johann, estudou e aperfeiçoou o método de James, publicando em 1744 o trabalho com título “A method for discovering curved lines having a maximum or minimum property of the solution of the isoperimetric problem taken in its widest sense" (Sousa Júnior, 2010).

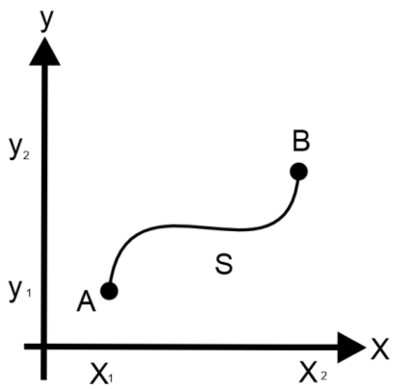
A partir de então, outros matemáticos iniciaram estudos para a resolução de problemas através do método de Euler, com isso, Lagrange publicou em 1962 e 1770 o método que permitiu deduzir a equação diferencial da curva. Esse método passou a ser utilizada através da função y (x) + δy(x).

3.2 A MATEMÁTICA DA CICLÓIDE

No caso da braquistócrona, o problema consiste em encontrar a curva que faça o funcional tempo T[y] ser o menor possível. Existe o problema da menor distância entre dois pontos que é, justamente, o de definir, dado um plano, a curva de menor comprimento entre dois pontos A (x_1, y_1) e B (x_2, y_2) em uma trajetória *S* (Vieira et al., 2016), como é mostrado na Figura 1. Esse último exemplo pode ser usado para entender melhor qual a ideia por trás do Cálculo das Variações e o conceito de funcional.

Figura 1

Representação da distância dos pontos A e B no plano.



Fonte: Adaptado de Vieira (2016)

Tomando a curva entre os pontas A e B, temos a curva S, pode-se escrever o comprimento infinitesimal dS como:

$$dS = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} \qquad (1)$$

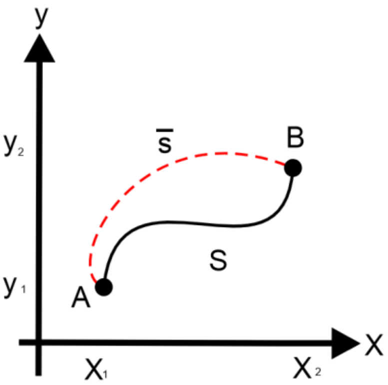
Como descreve Vieira et al. (2016, p. 96), o funcional S[y] é obtido ao integrar a função $dS(x, y')$, evidenciando $(dx)^2$, no intervalo desejado, como pode ser visto a seguir:

$$S(y) = \int_{x^1}^{x^2} \sqrt{1 + (y)^2 dx} \qquad (2)$$

Onde y' é derivada em relação à x. A partir disso, deseja-se encontrar uma função dentro do intervalo $[x_1, x_2]$ que determina o menor comprimento possível para S utilizado o cálculo das variações. Para determinar o menor comprimento da curva S, será de grande ajuda construir, entre os pontos A e B, uma curva $\underline{S}$ representado na Figura 2, que tornará mínimo o valor do funcional J[α] que será utilizado para determinar a equação de Euler-Lagrange, substituído pelo funcional $S[y]$ que derivará a solução para o problema (Vieira et al., 2016)

Figura 2

Funções com extremos coincidentes.



Fonte: Adaptado de Vieira (2016)

Analisando o intervalo , a expressão possível para a nova curva é $\underline{y}(x, a) = y(x) + an(x)$, onde $\underline{y}$ é o valor da curva $\underline{S}, \forall \epsilon [x_1, x_2], \alpha \epsilon \mathbb{R}$ e $\eta(x)$ É uma função que se anula nos pontos de intersecção das duas curvas.

Resolvendo-se a equação de Euler-Lagrange. Considere o funcional:

$$J[a] = \int_{x_1}^{x_2} f(\underline{y}, \underline{y}', x) dx \qquad (3)$$

No limite do intervalo existe a condição em que a derivada de J[α] é nula (quando α = 0). Como o termo α está embutido somente em $\underline{y}$ e $\underline{y'}$, pode-se derivar a função dentro da integral, logo

$$\frac{dJ}{da} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{df}{dy} + \frac{df}{d'}\frac{dy'}{da}dx \qquad (4)$$

No limite do intervalo, α = 0 e o termo anula em $\frac{dy}{da}$=$\eta(x)$.Com isso, temos que o limites de integração corresponde a:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{df}{dy}n(x) + \frac{df}{dy}n(x)'dx = 0 \qquad (5)$$

Integrando por partes o segundo termo, e tomando os limites de integração teremos:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{df}{dy'}\eta(x)'dx = \frac{df}{dy'}n(x) - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d}{dx}\frac{df}{dy'}dx \qquad (6)$$

No limite do intervalo, $\frac{df}{dy'} = \eta(x) = 0$ então:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{df}{dy} - \frac{d}{dx}\frac{df}{dy'}dx \qquad (7)$$

Vieira et al. (2016, p. 98) afirma que, como a relação é válida para qualquer $n(x) \epsilon \mathbb{R}$, obtém-se a equação de Euler-Lagrange que, basicamente verifica, entre uma classe de funções estacionárias, aquela que possui os mesmos limites do funcional J[y]:

$$\frac{df}{dy} - \frac{d}{dx}\frac{df}{dy'} = 0 \qquad (8)$$

Desta forma, a resolução do problema de menor distância entre os pontos A e B é dado substituindo o funcional $S[y]$ na equação diferencial acima. Temos que $\frac{dS}{dy}$ é nulo, já que o funcional não depende de y , mas sim de sua derivada abaixo:

$$\frac{d}{dx}\frac{ds}{dy'} = \frac{y'}{\sqrt{1+(y)^2}} = const \qquad (9)$$

Por fim, a solução para essa diferença encontra-se dentro das funções que descrevem uma reta num plano, e conclui que a menor distância entre dois pontos é dada por uma reta (Vieira et al., 2016).

Para estudo da curva da ciclóide aborda-se como referencial teórico o trabalho de Tagliolatto (2015). Em sua dissertação a autora denomina a ciclóide como uma curva definida por um ponto de uma circunferência que rola sem deslizar sobre uma reta. Uma ciclóide iniciada na origem de um sistema de eixos, criado por uma circunferência de raio r, consiste nos pontos (x, y) tais que:

$$x = r(t - sen(t)) \qquad (10)$$

$$y = r(1 - cos(t)) \qquad (11)$$

sendo que:

$t \in R.$

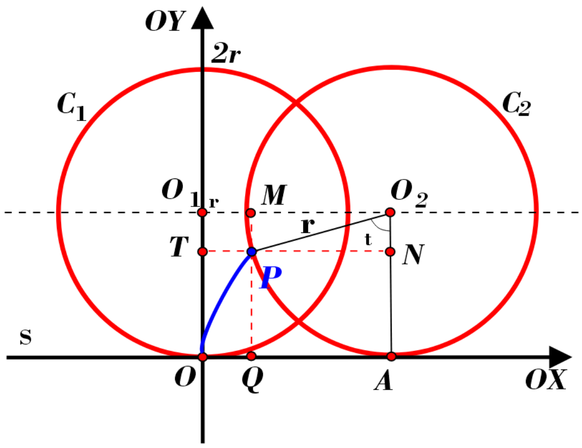
Neste caso, deve-se admitir que a reta z é o eixo OX, o círculo C inicia o movimento estando seu centro no ponto (0, r) e o ponto P está na origem do sistema de coordenadas no início do movimento. Deve-se traçar dois círculos (C_1 e C_2) onde: C_1, representa C em sua posição inicial, e C_2, representa C após ter rolado alguns instantes.

Sendo O_1 e O_2 os centros de C_1 e C_2, respectivamente; P = (x; y) o ponto da ciclóide em C_2; A o ponto em que C_2 toca o eixo OX; Q = (, 0) e T = (, y) as projeções ortogonais de P sobre OX e OY, respectivamente; M e N as projeções ortogonais de P sobre $O_2O_1$1 e O_2A, respectivamente; t a medida do ângulo que O_2P faz com O_2A, no sentido positivo (Tagliolatto; 2015, p. 22).

Podemos ver este processo na Figura 3.

Figura 3

Parametrização da ciclóide.



Fonte: Adaptado de Tagliolatto (2015)

Como podemos notar, o segmento OA tem o mesmo comprimento que o arco de A a P sobre o círculo C_2, consiste dos pontos de C que já fizeram contato com a reta z. Note ainda que

$$sen(t) = \frac{|O_2M|}{r} \text{ e } \cos(t) = \frac{|O_2N|}{r} \qquad (12)$$

São relações facilmente observadas nos triângulos MPO_2 e PO_2N, respectivamente. Como t é a medida de $\widehat{AO_2P}$, o comprimento do arco C_2 de A a P, que faz contato com z é rt. Logo, |AO| = rt. Desta forma temos:

$$x = |OQ| = |OA| \pm |QA| = |OA| \pm |O_2M| = rt \pm r|sen(t)| \qquad (13)$$

$$y = |OT| = |OO_1| \pm |TO_1| = r \pm |O_2N| = rt \pm r|cos(t)| \qquad (14)$$

sendo que:

> o sinal depende da posição de Q na semi reta OA e da posição de T na semirreta $\underline{OO_1}$ que, por sua vez, variam com a medida t.

Analisando o sinal de sen(t) e cos(t) nos intervalos:

$$[0,\frac{\pi}{2}],[\frac{\pi}{2},\pi],[\pi,\frac{3\pi}{2},],[\frac{3\pi}{2},2\pi], \qquad (15)$$

obtém-se as seguintes equações paramétricas da ciclóide:

$$x = r(t - sen(t)) \qquad (16)$$

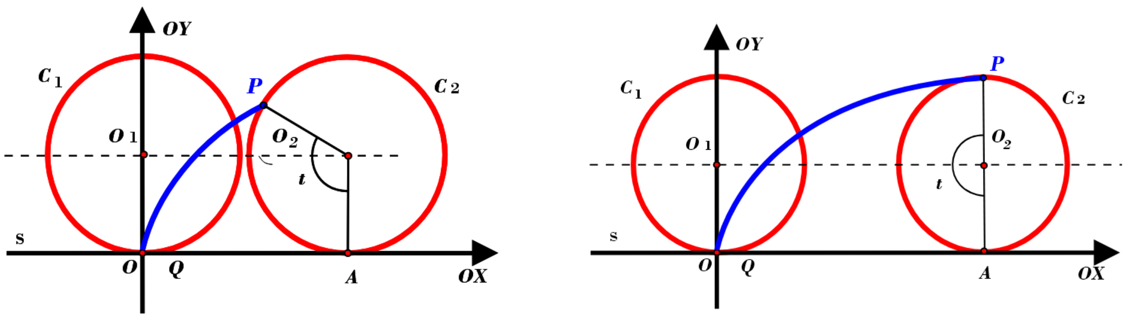
$$y = (r - cos(t)), \qquad (17)$$

$$t \in R \qquad (18)$$

A seguir, na sequência das Figuras 4 e 5 pode-se analisar como é feito o movimento que gera a ciclóide.

Figura 4

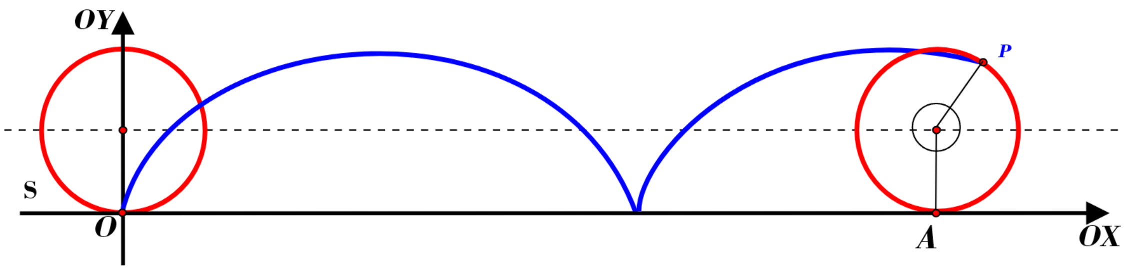
Representação da formação da cicloide



Fonte: Adaptado de Tagliolatto, 2015.

Figura 5

Desenvolvimento da ciclóide.



Fonte: Adaptado de Tagliolatto, 2015

4 METODOLOGIA

Esse trabalho foi realizado no Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia-IFCE *Campus* Cedro, na disciplina de Mecânica Básica I, do curso de Licenciatura em Física.

A metodologia utilizada se baseou no Design Thinking (DT) dividida em etapas definidas como imersão, interpretação, ideação, prototipagem e desenvolvimento, como afirmam Lima et al.:

> É na Imersão que o problema é identificado, buscando entender os desafios acarretados a eles. Na Interpretação os dados da Imersão são organizados com o objetivo de buscar significados e inspiração para as ações seguintes. Na Ideação desenvolvem-se as possibilidades e ocorrem os planejamentos para criar protótipos com potencial de resolução dos problemas identificados. A Prototipagem é a materialização das ideias onde o abstrato ganha forma física com o intuito de representar a realidade. Por fim, o Desenvolvimento consiste na criação e testagem dos materiais modelados na fase anterior, com o objetivo de analisar se o problema inicialmente pensado foi realmente resolvido com o objeto produzido. (Lima et al., 2024)

4.1 IMERSÃO E INTERPRETAÇÃO

Na primeira etapa deste trabalho foi feita uma pesquisa bibliográfica para familiarizar-se com o tema, utilizando-se do Google acadêmico e a Revista Brasileira de Ensino de Física - SciELO como plataformas para busca, adotando como palavras chaves (string) de busca: “Braquistócrona” AND “Física experimental” AND “História da Braquistócrona” AND “Ensino experimental” AND “Ensino de Física”. A partir desta revisão, coletou-se informações sobre a história, a matemática e a experimentação do produto educacional.

4.2 IDEAÇÃO

Na segunda etapa consistiu no momento em que os autores decidiram realizar a criação de um produto educacional que se baseasse no problema da braquistócrona e que pudesse ser usado nas aulas de mecânica básica do ensino médio ou superior, abordando assuntos referentes à energia e conservação da energia.

4.3 PROTOTIPAÇÃO

A terceira etapa pensou-se como seria a construção do molde para se chegar no produto educacional. Para essa etapa, selecionou-se uma placa de isopor de 70,0 x 50,0 x 1,00 cm e duas de 70,0 x 50,0 x 3,00 cm, cesto de lixo, estilete, pincel preto, régua, cola de isopor, alfinete, fita adesiva, cartolina, serra tico tico, chapa de madeira compensada, martelo, prego e duas esferas.

Inicialmente utilizou-se uma cartolina para realizar a construção da curva cicloide. Para isso, foi fixado o pincel ao cesto utilizando fita adesiva, logo após, foi realizada a marcação utilizando a Figura 5. A partir destes materiais construiu-se o molde, como pode ser observado na Figura 6.

Figura 6

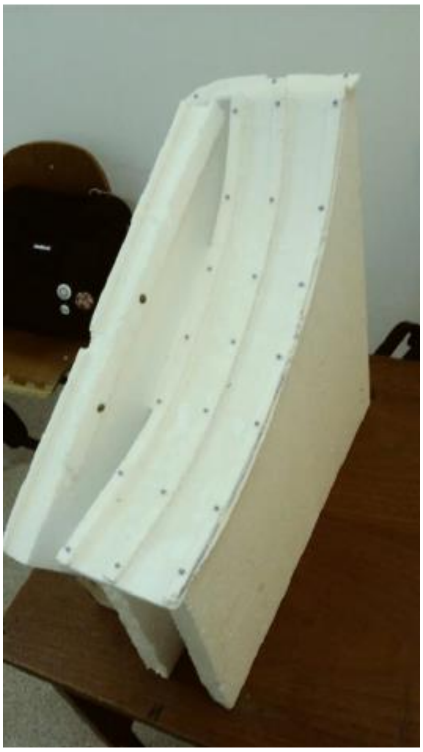
Prototipação da ciclóide.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com o molde em mãos, cortou-se os dois isopores de 70,0 x 50,0 x 3,00 cm para realizar o primeiro protótipo. Em seguida, foi utilizado o isopor de 70,0 x 50,0 x 1,00 cm para realizar a pista seguindo a curva. Para finalizar, recortou-se tiras de 1,00 cm de espessura para construir a limitação da pista, utilizando os alfinetes para finalizá-la. O protótipo foi construído com uma rampa como pode se ver na Figura 7.

Figura 7

Modelagem da Braquistócrona em isopor.



Fonte: Elaborado pelos autores.

4.4 DESENVOLVIMENTO

A última etapa consistiu na construção final do produto educacional e na realização do experimento na superfície de madeira finalizada. As superfícies foram construídas dessa forma para permitir a comparação entre os resultados de tempo nas duas partes da pista sem a necessidade de um cronômetro, já que duas esferas podem ser soltas simultaneamente, de uma mesma altura, em cada uma das pistas. Realizando-se o experimento e verificando a veracidade do molde, foi desenvolvido a repetição do processo em uma chapa de madeira compensado, utilizando uma serra tico tico para recortar e o martelo para unir toda a madeira, como podemos observar na Figura 8.

Figura 8

Braquistócrona finalizada

Fonte: Elaborado pelos autores.

Testou-se a curva liberando duas esferas em pontos diferentes e pode-se perceber que chegavam ao mesmo tempo. Repetindo esses experimentos várias vezes, utilizando diferentes pontos de referência, pode-se perceber que a curva é realmente uma tautócrona. A partir deste ponto, fez-se o levantamento dos dados e analisados, cuja discussão é feita a seguir.

5 RESULTADO E DISCUSSÃO

Após a finalização da construção da braquistócrona, foi realizado o experimento, cujo tempo necessário para uma esfera percorrer a superfície reta foi medido com um cronômetro. Repetiu-se o procedimento três vezes e foram anotados os dados. Realizou-se o mesmo procedimento na superfície da ciclóide e anotado os dados. O procedimento foi repetido outras vezes, no entanto, decidiu-se registrar apenas um dos resultados que estão na tabela 1.

Tabela 1

Referente ao tempo percorrido entre os pontas A e B esferas em diferentes trajetórias.

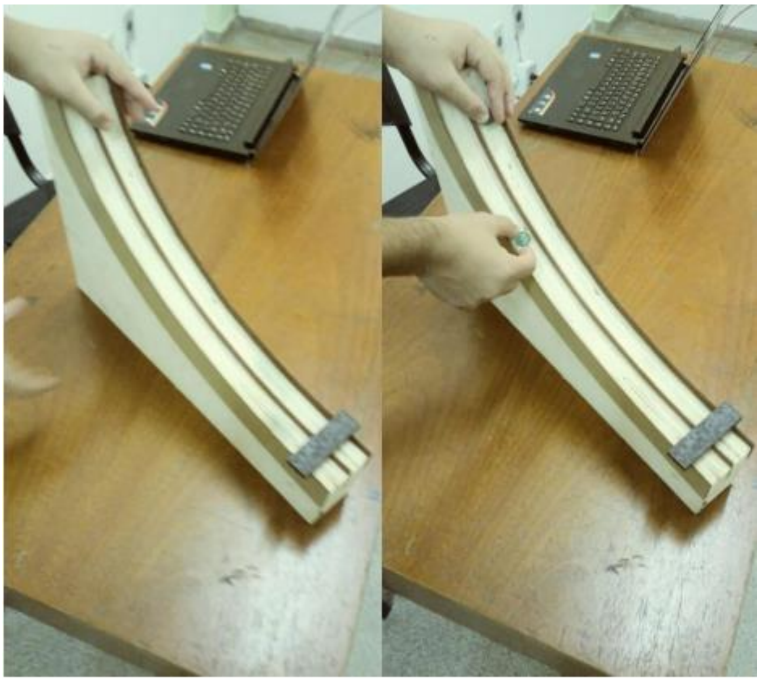
MEDIDAS	RETA (tempo em segundos)	CICLÓIDE (tempo em segundos)
1ª medida	0,35	0,30
2ª medida	0,39	0,26
3ª medida	0,39	0,28
Média dos tempos	0,37	0,28

Observando os dados coletados, pode-se perceber que o tempo gasto na ciclóide, mesmo com maior distância percorrida, é menor do que o tempo gasto na superfície reta, mostrando que a menor distância entre dois pontos não é o percurso realizado em menor tempo.

Após esse experimento, realizou-se lançamentos de duas esferas em pontos diferentes das duas ciclóides da braquistócrona (Figura 9). Repetindo este experimento algumas vezes, pôde-se perceber que independente do ponto de lançamento, as esferas sempre chegaram ao destino ao mesmo tempo, provando que a braquistócrona também é uma tautócrona[C], ou seja, o tempo para percorrer a trajetória não depende do ponto de lançamento.

Figura 9

Experimento da Braquistócrona



Fonte: Elaborada pelos autores.

[C] Ou Curva isocrônica é a curva na qual o tempo gasto por um objeto para deslizar sem fricção em gravidade uniforme até seu ponto de mínimo é independente de seu ponto de partida.

Para melhor percepção no ponto de chegada, foi colocado uma pequena chapa de ferro, para que houvesse uma melhor percepção através do som emitido pelas colisões na hora da chegada.

Entre os principais desafios encontrado para a produção do experimento, as que mais se destacam são:

- construção da curva ciclóide com o balde, pois qualquer deslize fazia com que a curva não ficasse perfeita;
- eliminação do atrito provocada pelo primeiro molde de isopor;
- recorte da chapa de madeira, por se tratar de uma semicircunferência, o manuseio do equipamento deve ser feito por alguém com experiência de corte.

Para a execução do experimento, foi identificado que o ponto em que as esferas chegavam ao mesmo tempo deveria ter uma marcação para facilitar a visualização, entre as estratégias utilizadas, pode-se observar que o som emitido pela chapa de ferro contribui para a análise do final do percurso.

6 CONCLUSÕES

Embora seja um problema antigo e bem conhecido nos domínios da Física e da Matemática, a demonstração experimental da braquistócrona ainda surpreende aqueles que a testemunham pela primeira vez. Notou-se que, a partir de um desafio lançado aos matemáticos da época, iniciou-se uma busca por soluções que culminou no desenvolvimento do que hoje conhecemos como Cálculo Variacional, contribuindo para resolver o problema da braquistócrona, originalmente formulado por Johann Bernoulli em 1696.

Este experimento foi conduzido sem a necessidade de demonstrar a equação da ciclóide, partindo dessa suposição e utilizando apenas conceitos básicos de trigonometria. No decorrer do experimento, examina-se minuciosamente o processo de conservação de energia de duas esferas descendo pela braquistócrona sob a influência da gravidade. Dessa análise, destaca-se um resultado bastante intrigante.

Os testes revelam que o tempo de descida ao longo da ciclóide é constante, independentemente do ponto de partida de cada esfera nas rampas, desde que ambas atravessem o ponto mais baixo no mesmo intervalo de tempo. Ao analisar a execução do experimento, a construção cuidadosa da curva ciclóide com o balde e o corte preciso da chapa de madeira requerem atenção especial, pois qualquer deslize pode impactar negativamente na execução do experimento.

Este trabalho tem potencial para enriquecer o ensino experimental de Física como uma ferramenta valiosa, dado que se trata de um experimento simples que motiva os alunos a questionarem e analisarem a situação como um todo. Por ser uma construção manual de um produto educacional, as discussões em grupo visando soluções para a construção e a confirmação da teoria são elementos que auxiliam na formação de novos conceitos, podendo elevar a participação nas discussões durante as aulas de Física.

REFERÊNCIAS

Batista, G. S., Freire, C. & Moreira, J. E. (2006). Experiências com a braquistócrona. *Física na Escola*, Fortaleza, *7*(2), 58-60.

Barbosa, J. P. V. & Borges, A. T. (2006). O Entendimento dos estudantes sobre energia no início do ensino médio. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, Florianópolis, *23*(2), 182-217.

Caetano, W. L. (2008). *Queda em curvas de menor tempo e tempo independente da altura - Braquistócrona e Tautócrona*.

Costa, L. G. & Barros, M. A. (2015). O ensino da Física no Brasil: problemas e desafios. In ENDUCERE: XII Congresso Nacional de Educação. *Anais*.

Gomes, M. & De Oliveira Torres, V. R. (2022). Uma Abordagem Experimental para Analisar a Conservação da Energia Mecânica através do Software Tracker no Ensino Médio. *Revista do Professor de Física*, *6*(2), 65–84. DOI: 10.26512/rpf.v6i2.38521. Recuperado em 14 maio, 2023, de https://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/38521

Hewitt, P. G. (2015). *Física conceitual* (12a ed.). Porto Alegre: Bookman.

Lima, L. P. F., Lima, G. P. F., Braga, F. L. P., Menezes, D. B. & Vasconcelos, F. H. L. (2024). O design thinking e a fabricação em 3d de experimentos físicos. *Revista Foco*, *17*(2), e4489. https://doi.org/10.54751/revistafoco.v17n2-104

Morais, J. U. P. & Junior, R. S. S. (2015). Experimentos didáticos no ensino de física com foco na aprendizagem significativa. *Aprendizagem Significativa em Revista*, *4*, 61-67.

Santos, R. V. (2020). *A importância da experimentação no ensino de física: um estudo de caso no ensino de cinemática*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista (Unesp). Recuperado em 08 maio, 2023, de https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/194482/santos_rv_me_prud.pdf?sequence=5&isAllowed=y

Santos, E. I. D., Piassi, L. P. D. C. & Ferreira, N. C. (2004). Atividades Experimentais de Baixo Custo como Estratégia de Construção da Autonomia de Professores de Física: Uma Experiência em Formação Continuada. In *ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA*, 9. Jaboticatubas. Atas do IX Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. São Paulo: Sociedade Brasileira de Física.

Sousa Júnior, J. R. A. (2010). *O Cálculo Variacional e o Problema da Braquistócrona*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

Tagliolatto, A. L. S. (2015). Braquistócrona. (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

Vieira, C. G., Rosa, R. J. G. & Freitas, W. D. (2016). *O Problema da Braquistócrona: uma proposta para o ensino*.